34° Convegno GNGTS

Trieste, 17-19 novembre 2015

CALCOLO DELLA CURVA DI DISPERSIONE CON UN MODELLO DEL CAMPO COMPLETO DELLE VIBRAZIONI AMBIENTALI BASATO SU UNA DISTRIBUZIONE DI SORGENTI SUPERFICIALI SPAZIALMENTE CORRELATE

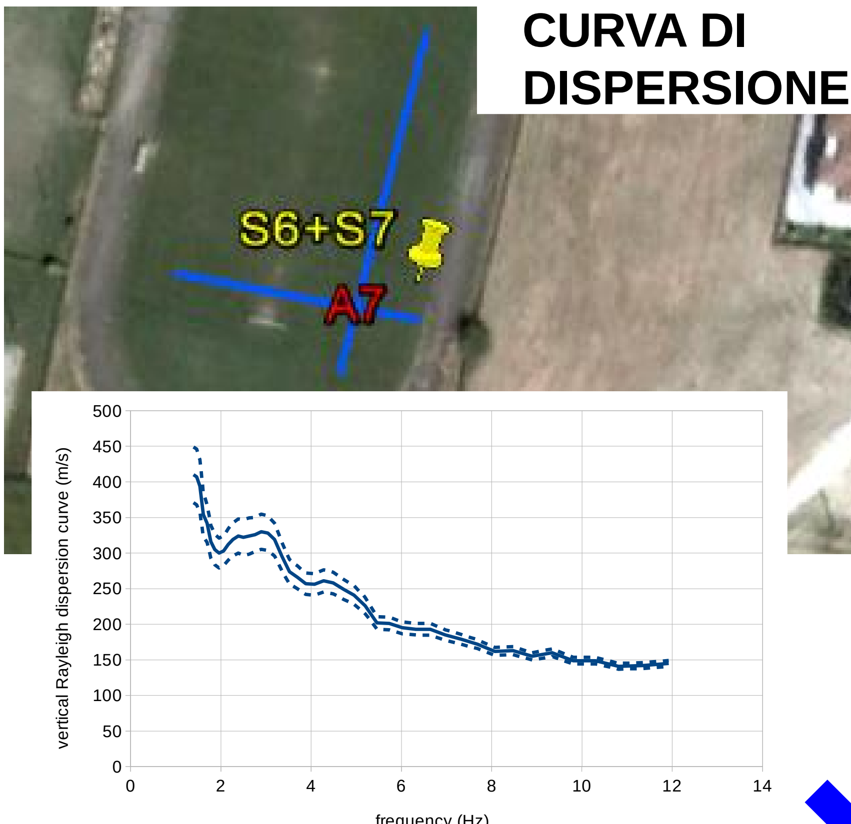
Enrico Lunedei & Dario Albarello

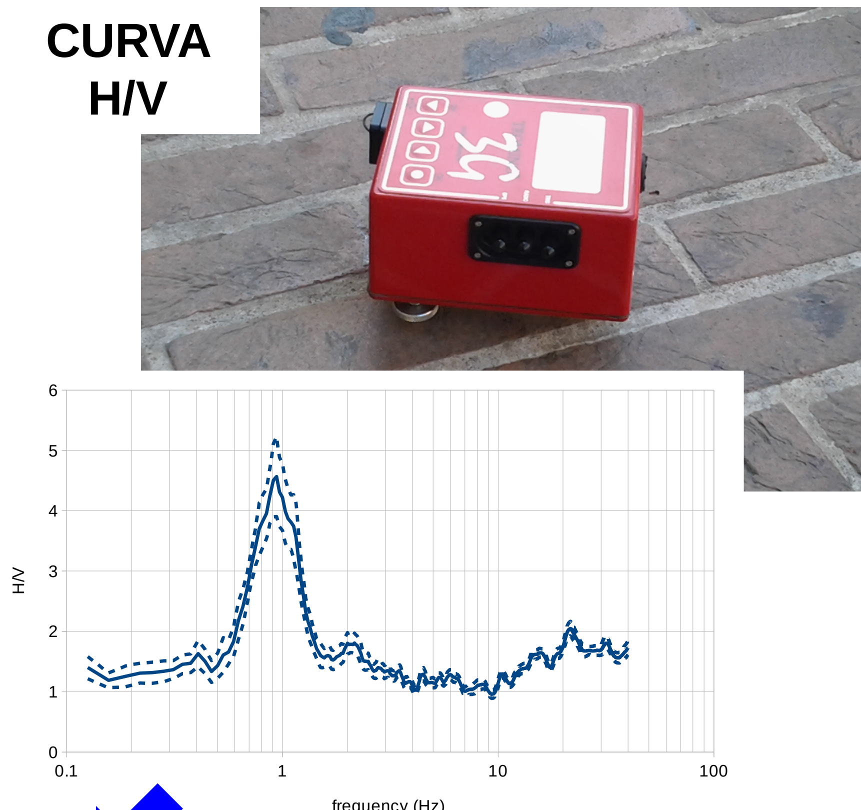
Dipartimento di Scienze Fisiche, della Terra e dell'Ambiente

Università degli Studi di Siena

lunedei@unisi.it **dario.albarello@unisi.it**

L'inversione congiunta delle curve prodotte da misure con stazione multipla e singola del campo delle vibrazioni ambientali sono un metodo per caratterizzare il sottosuolo superficiale



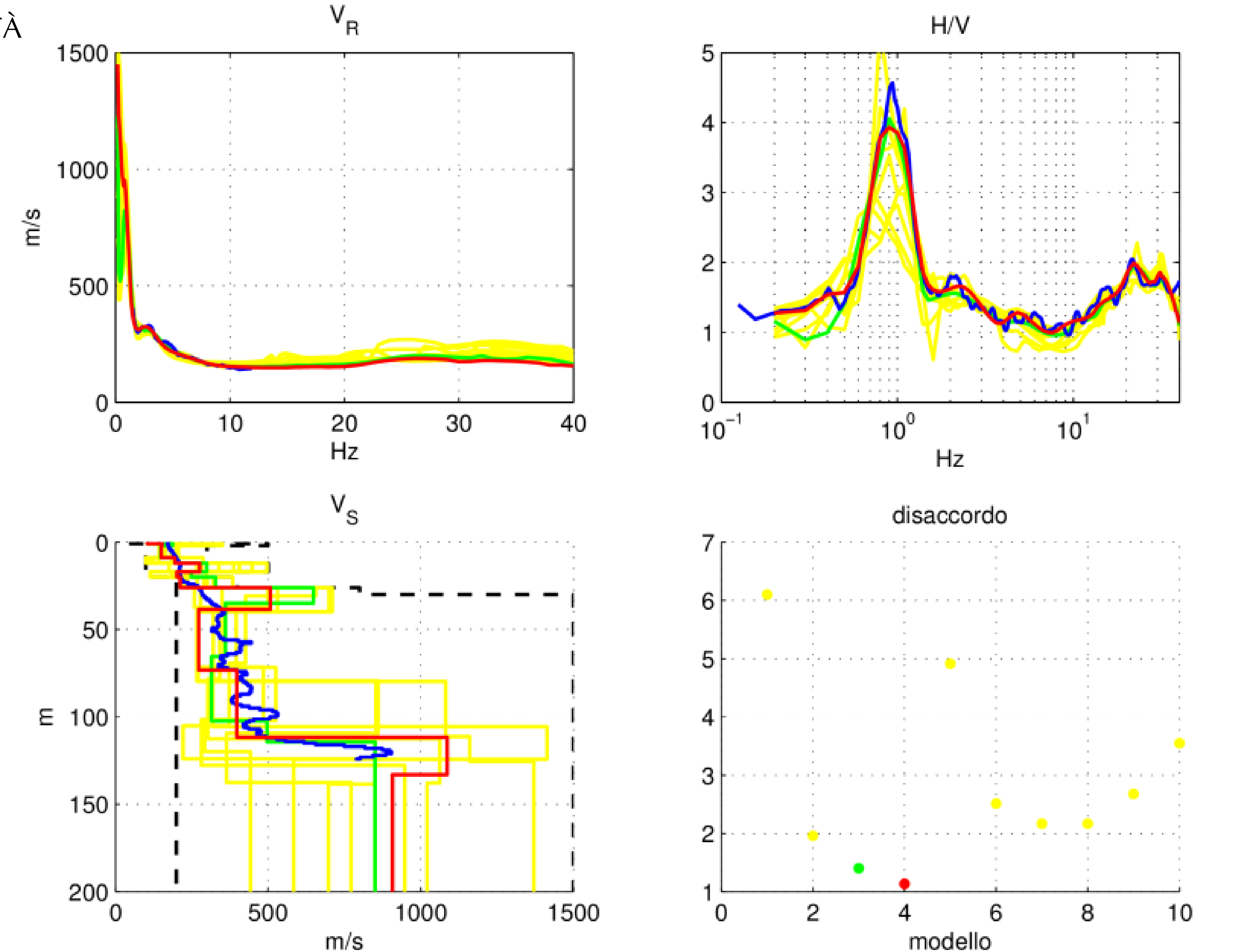


Inversione congiunta

Profilo di V_s ed, eventualmente, di altre proprietà meccaniche

UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

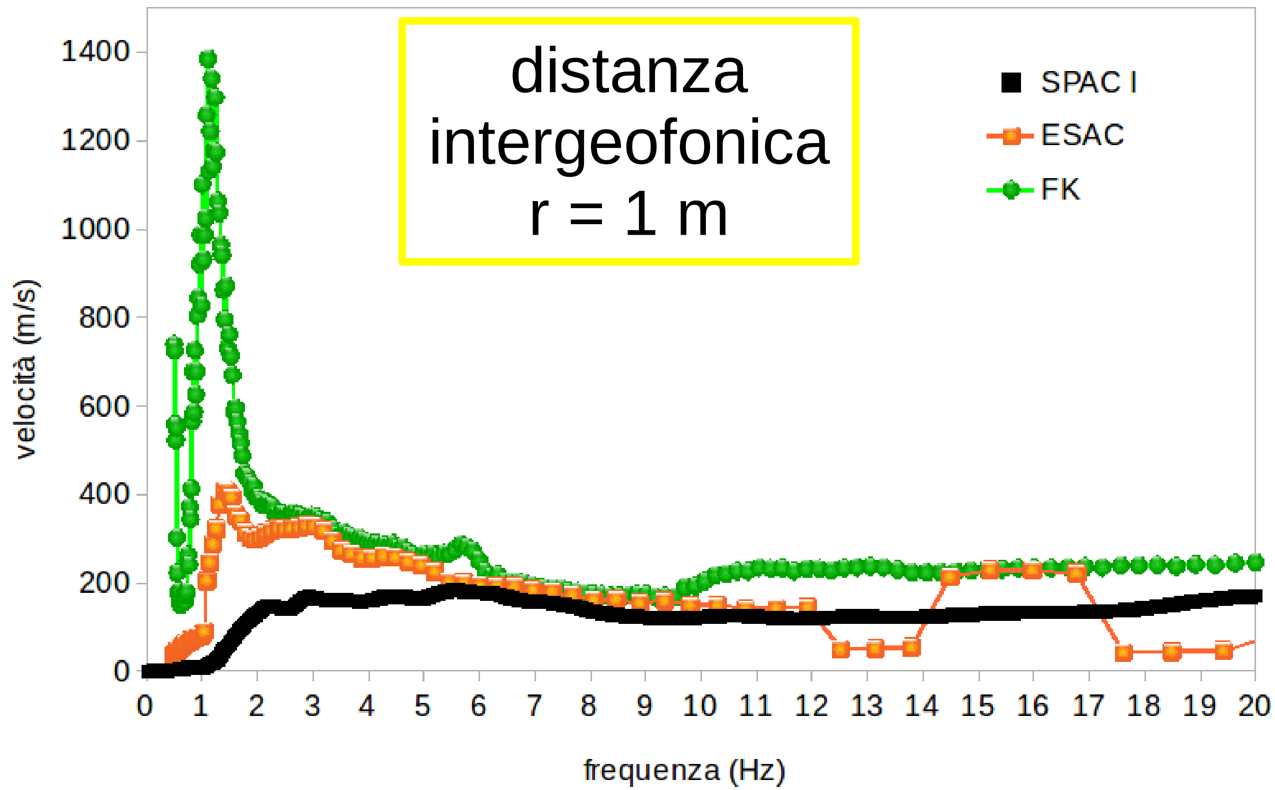
Esempio di risultati di un'inversione

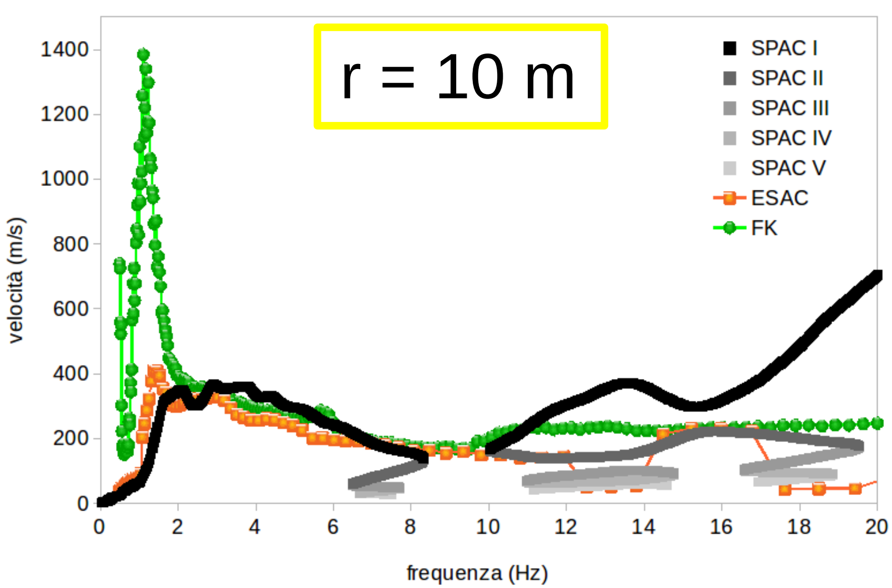


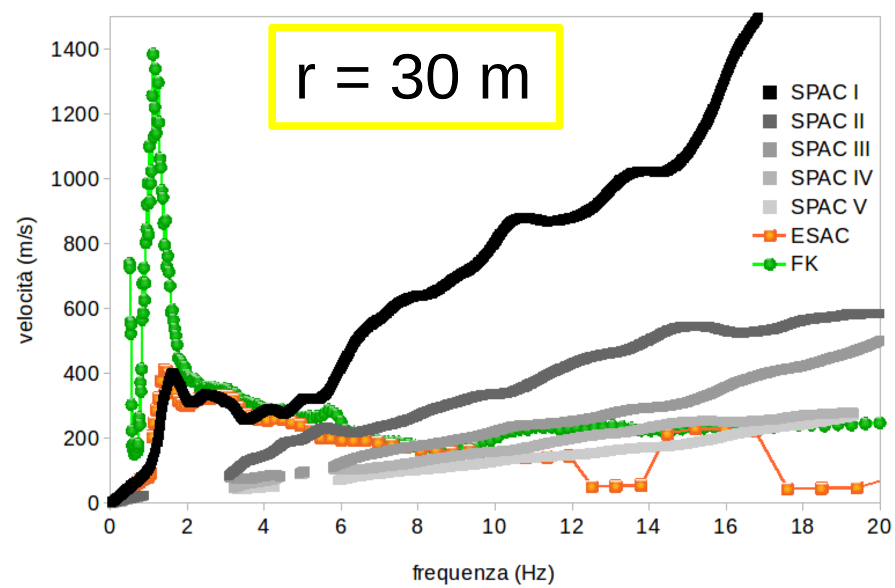
UNIVERSITÀ DI SIENA
1240

Andamenti tipici delle curve di dispersione ottenute con diverse tecniche

Sito di Mirandola (stazione RAN)







UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

L'esistenza di **differenti andamenti** delle curve di dispersione in dipendenza del **metodo usato** per analizzare i dati sperimentali provoca **problemi interpretativi**, ed in particolare pone il dubbio su quale curva, ed in quale intervallo di frequenza, debba entrare nel processo d'inversione.

Occorre dunque comprendere **la genesi di tali differenze**, che può essere sì ricercata tra gli **aspetti pratici** dell'esecuzione dell'analisi (come la risoluzione sperimentale), ma anche nella **diversa definizione** delle curve, così come nelle **proprietà del campo delle vibrazioni ambientali** stesse.

Una **nuova teoria** descrivente il **campo completo delle vibrazioni ambientali** è stata recentemente proposta in

- *Lunedei E., Albarello D., Geophysical Journal International, vol. 201 (2015)*
- *Lunedei E., Albarello D., 33° Convegno Nazionale GNGTS, Bologna, 25-27 novembre 2014, pp. 210-217 (Tema 2, Sessione 2.2)*

per **descrivere la curva H/V**.

Nel quadro di questa teoria, le proprietà spettrali e di correlazione spaziale di tale campo sono descritte in modo naturale, e, da esse, possono essere sintetizzate le curve di dispersone date dai suddetti metodi sperimentali.

Teoria

Il **campo di spostamento** delle vibrazioni ambientali

$$\boldsymbol{U}(x,y,t)=\left(U_x(x,y,t),U_y(x,y,t),U_z(x,y,t)\right)^T$$

ed il **campo di forza** che lo genera

$$\boldsymbol{F}(x,y,t)=\left(F_x(x,y,t),F_y(x,y,t),F_z(x,y,t)\right)^T$$

sono **campi stocastici** definiti **nel piano orizzontale** *(x,y)* e nel **tempo** *t*, entrambi **stazionarî** (nel tempo) ed **omogenei** (nel piano) almeno al 2° ordine, con *media nulla* e *varianza finita*.

Esistono le **matrici spettrali** (**h_F** è **diagonale** ed **isotropa in *k***) e vale

$$\boxed{h_{U,ii}(k,\phi,\omega)=\sum_{j=x,y,z}|\hat{G}_{ij}(k,\phi,\omega)|^2\cdot h_{F,jj}(k,\omega)\,,\ \ i=x,y,z}$$

matrice di Green

Allora la **potenza spettrale totale rispetto alla pulsazione** (lo spettro marginale) è

$$p_{U,i}(0,0;\omega)=\frac{1}{(2\pi)^2}\cdot\int h_{U,ii}(k,\phi,\omega)\,k\,dk\,d\phi,\ \ i=x,y,z$$

Affinché l'integrale della potenza spettrale dello spostamento ***U*** sia finito, occorre che la **densità di potenza spettrale** della forza ***F*** sia infinitesima al divergere del modulo di k, ovvero che il campo di forza abbia uno spettro “colorato” rispetto allo spazio.

Poiché la **densità di potenza spettrale** è la **trasformata di Fourier** della **funzione di covarianza**, ciò significa che **deve esistere** una **correlazione spaziale** del campo di forza, la quale si può interpretare come **correlazione fra sorgenti puntuali** **e/o** come effetto dell'**estensione spaziale delle sorgenti** stesse, ed è anche una ***necessità nella descrizione di sorgenti fisicamente realistiche***, che entra in modo naturale in questo quadro.

Covarianza separabile e spazialmente gaussiana

$$C_F(r) = \frac{D}{2\pi \ d^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2} d^2}$$

$\propto$ estensione della covarianza

La funzione densità spettrale di potenza ed il metodo f-k

UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

Per un'**antenna sismica** **ideale** (cioè, la cui funzione di risposta sia ***deltaforme***), la **curva di dispersione** della componente *i*-esima del moto del suolo **secondo la tecnica f-k** è la $c_i(\omega)$ che soddisfa

$$h_{U,ii}\left(\frac{\omega}{c_i(\omega)}, \phi_i(\omega), \omega\right) = max_{k,\phi} h_{U,ii}(k, \phi, \omega)$$

Si può dimostrare che per la componente **verticale** del moto del suolo tale equazione è **indipendente da ϕ**:

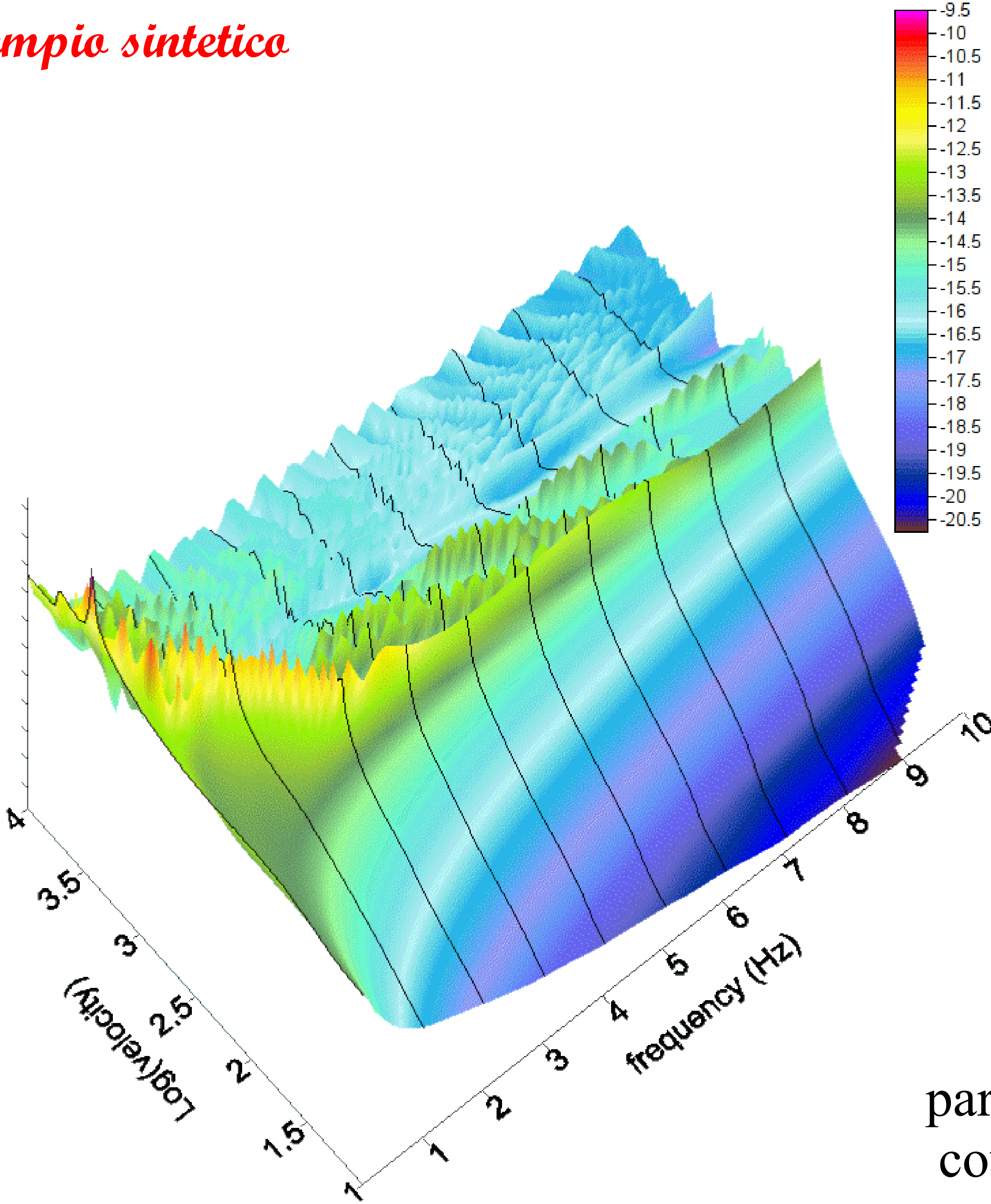
$$\boxed{h_{U,zz}\left(\frac{\omega}{c_z(\omega)}, \omega\right) = max_k h_{U,zz}(k, \phi, \omega)}$$

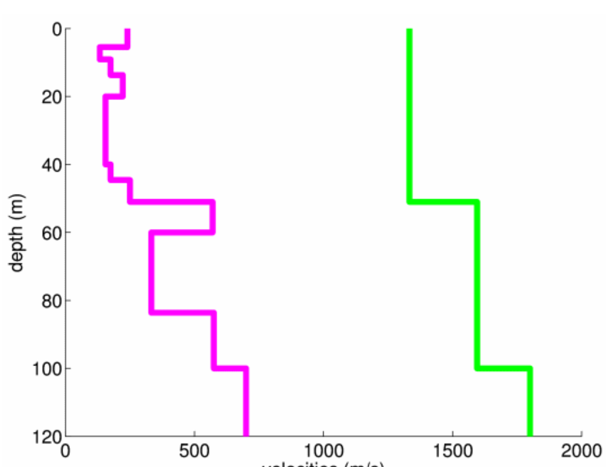
Sicché la **curva di dispersione** della componente **verticale** del moto del suolo **secondo la tecnica f-k "ideale"** **non dipende dalla direzione del vettore numero d'onda *k***

Esempio sintetico

UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

profilo con 12 strati sopra un semispazio (modificato da Arai & Tokimatsu, 2004)

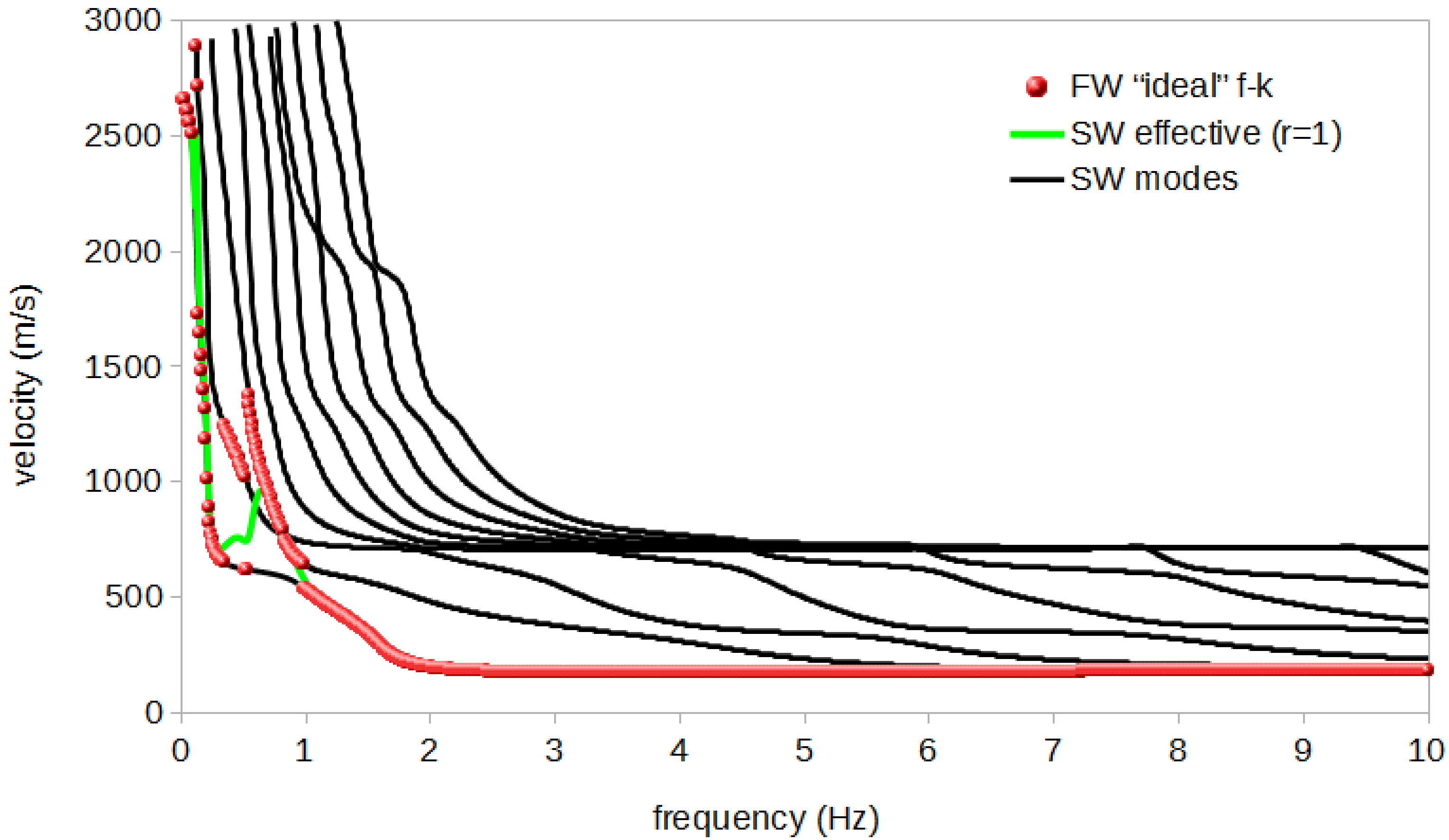


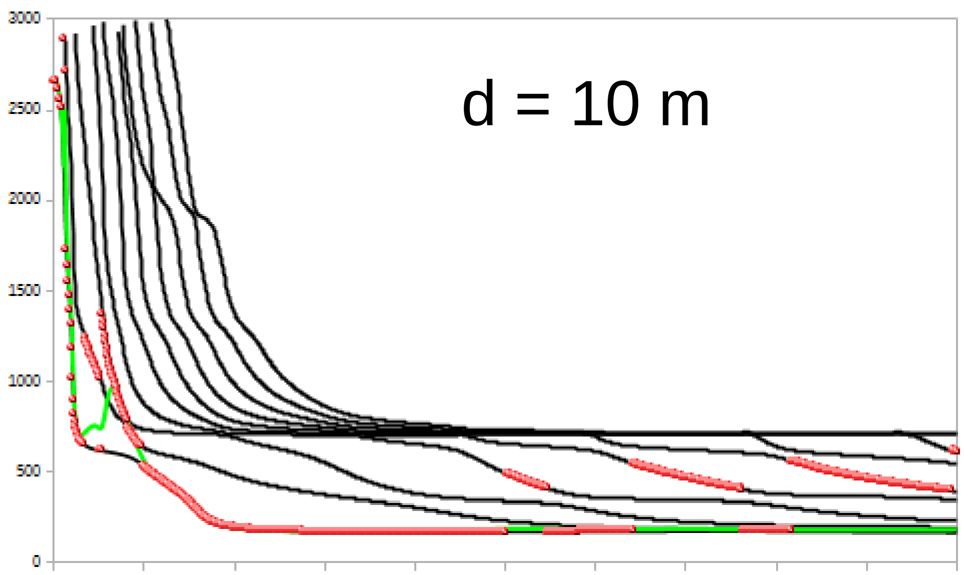


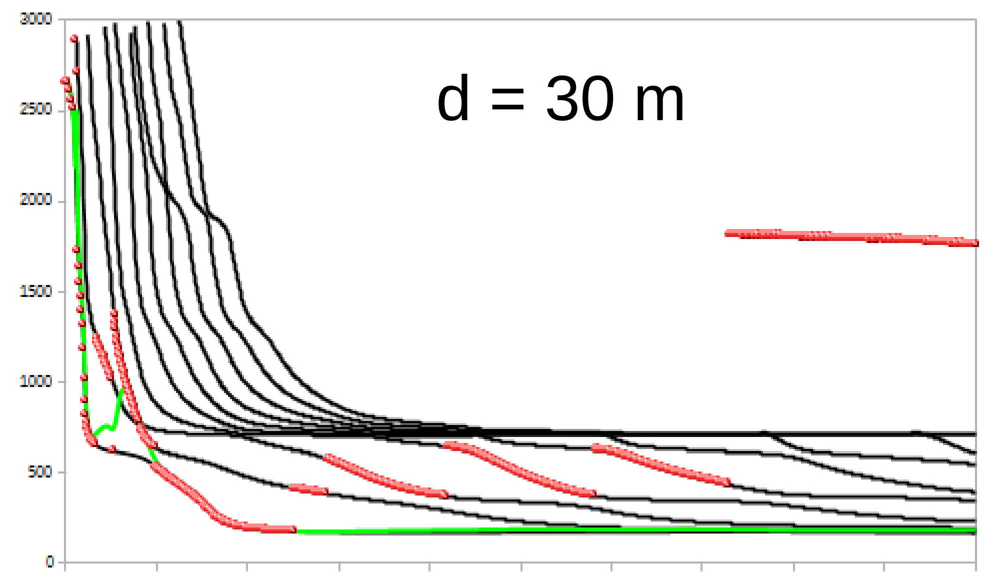
parametro di covarianza: d = 1 m

UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240

d = 1 m

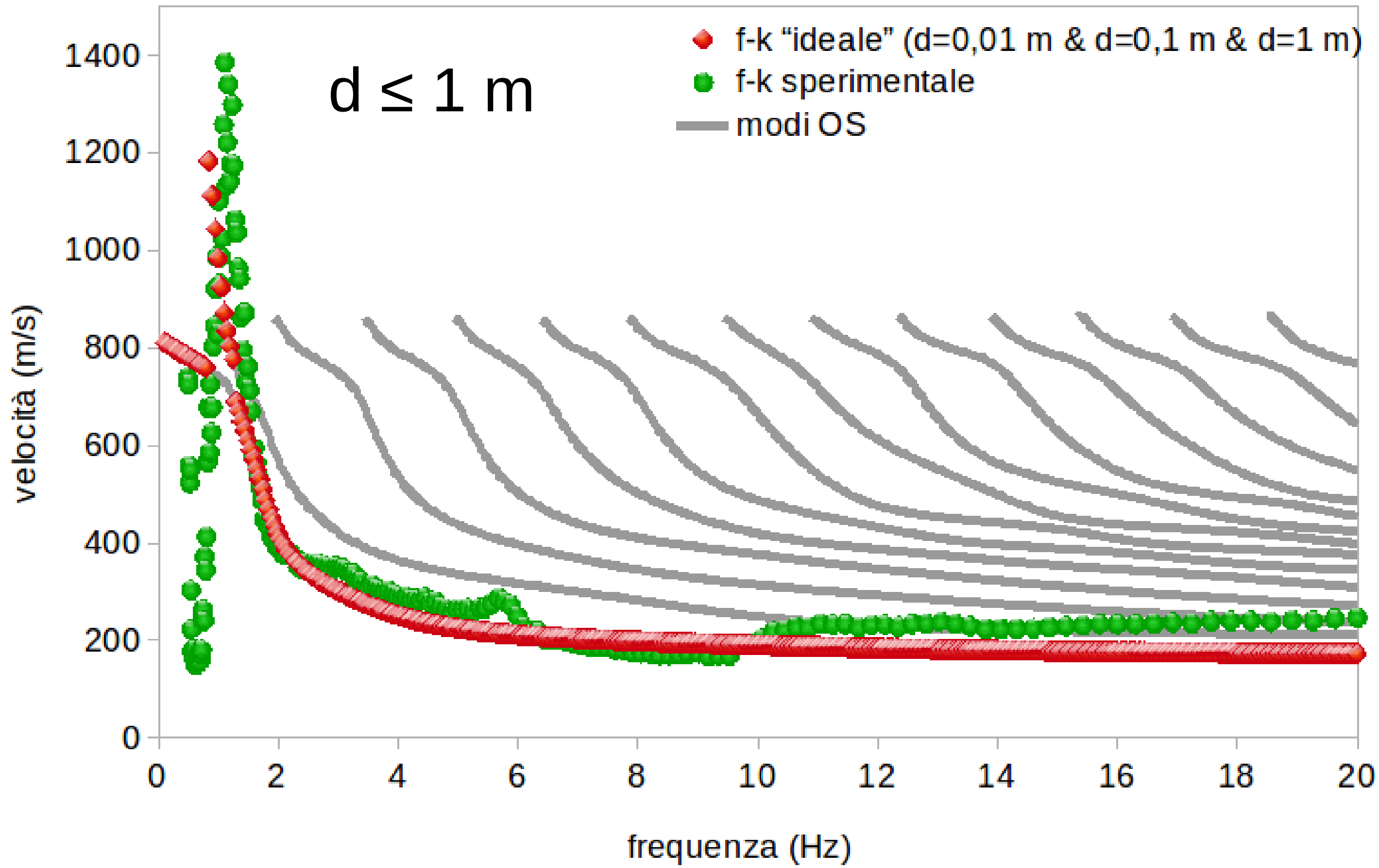


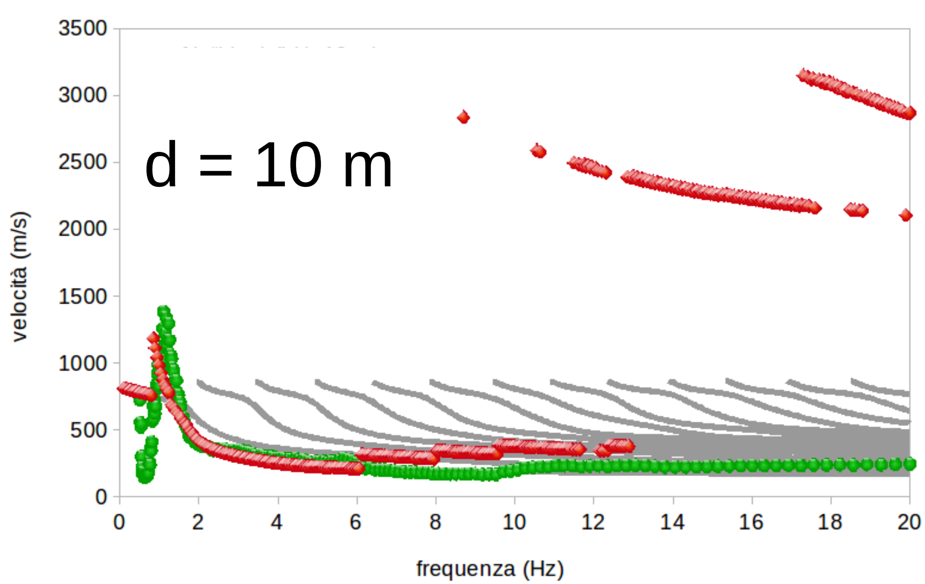


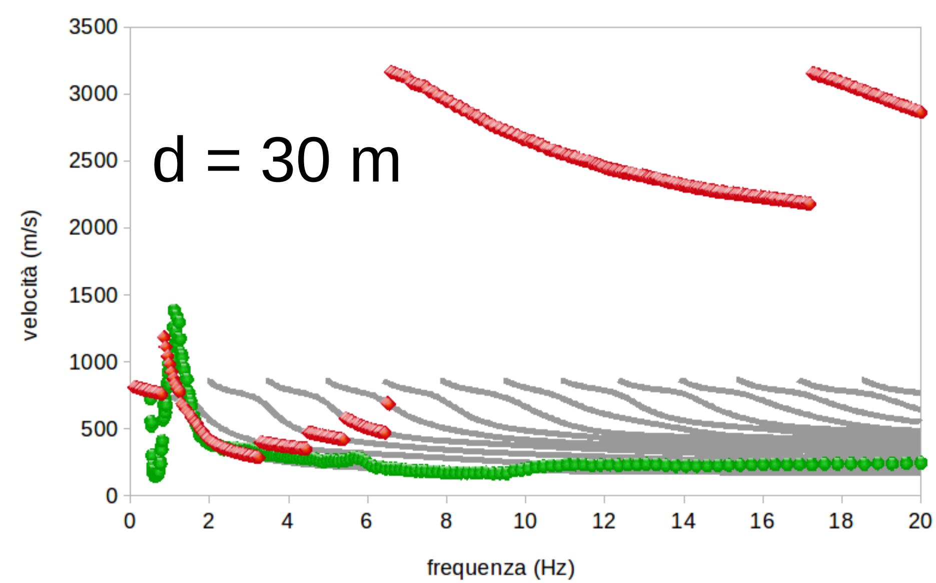


UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240

Esempio reale: sito di Mirandola (stazione RAN)







UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

La coerenza ed il metodo SPAC

La funzione di **mutua covarianza** fra due punti è:

$$R_{U,ii}(x_0,y_0,t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{\mathbb{R}^3} h_{U,ii}(k_x,k_y,\omega)\cdot e^{-i(k_x x_0+k_y y_0+\omega t)}\,dk_x\,dk_y\,d\omega$$

(***k*** è espresso in notazione cartesiana) sicché, la **coerenza** fra essi è:

$$p_{U,i}(x_0,y_0;\omega)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2} h_{U,ii}(k_x,k_y,\omega)\cdot e^{-i(k_x x_0+k_y y_0)}\,dk_x\,dk_y$$

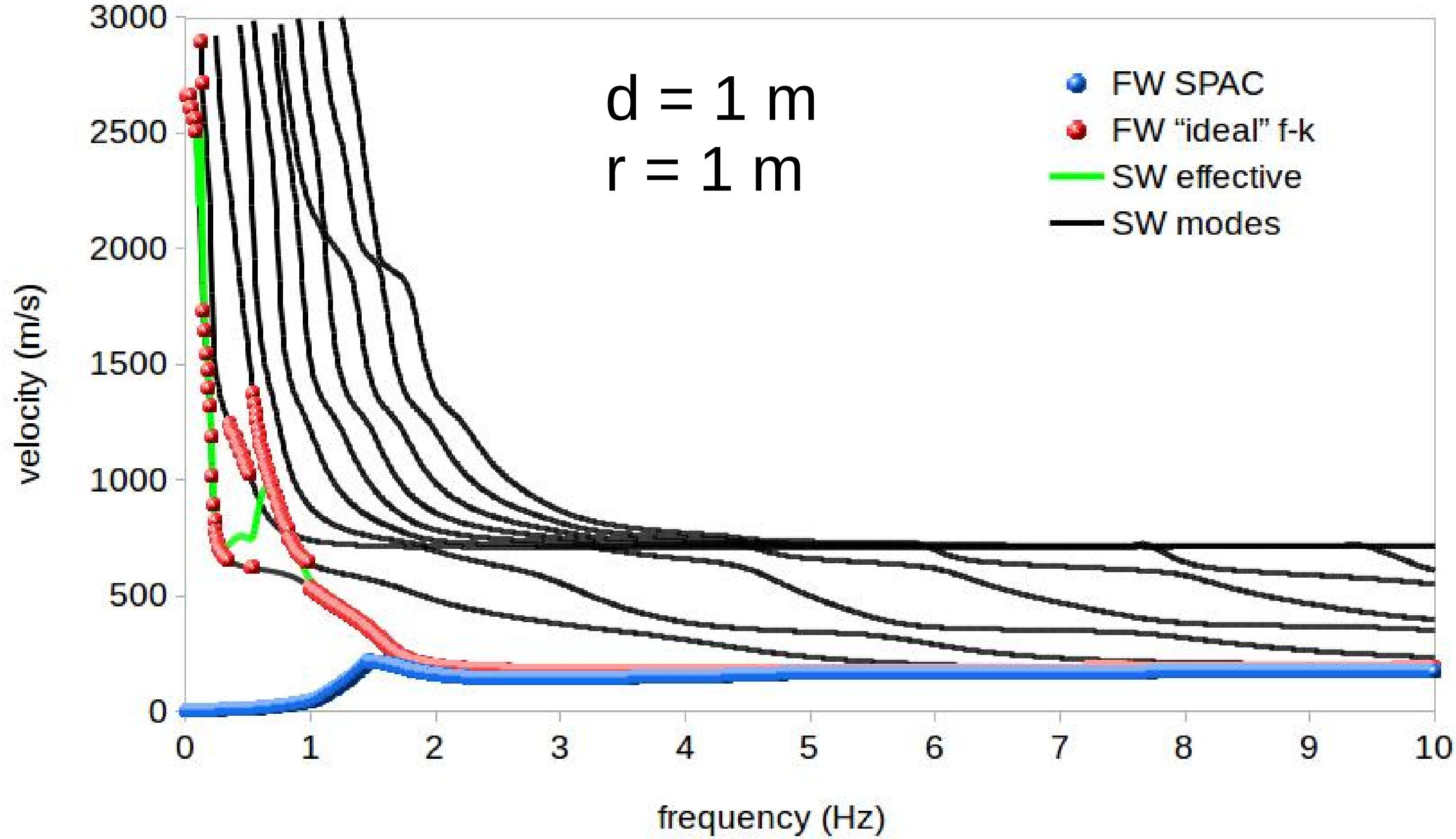
Allora, se $h_{F,xx}(k,\omega)=h_{F,yy}(k,\omega)$, la **curva di dispersione della componente verticale del moto del suolo secondo la tecnica SPAC** può essere definita come la $c_z(\omega)$ soddisfacente:

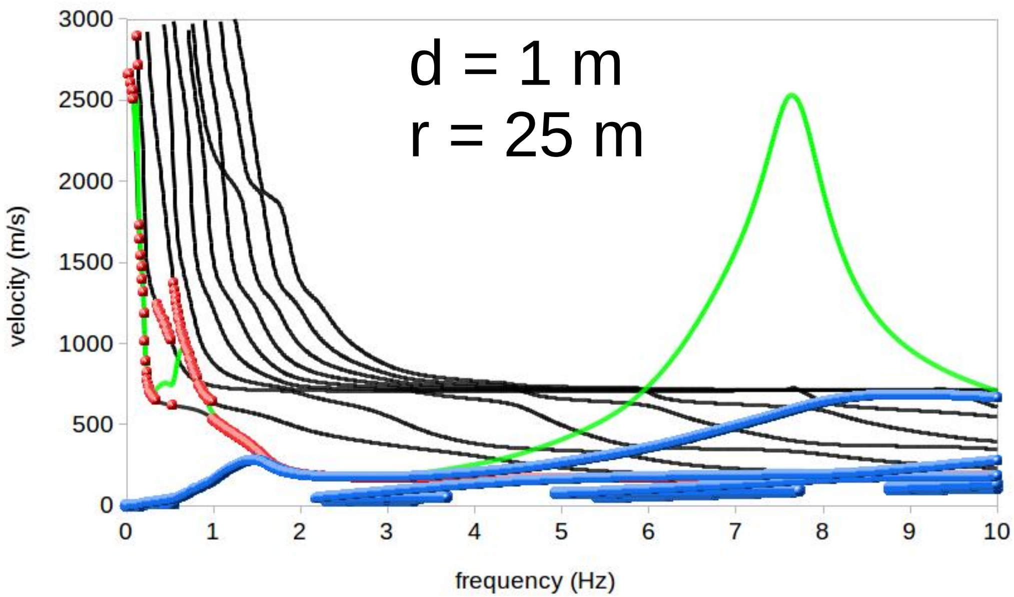
$$\boxed{J_0\left(\frac{\omega\cdot r}{c_z(\omega)}\right)=\frac{p_{U,z}(x_0,y_0;\omega)}{p_{U,z}(0,0;\omega)}}$$

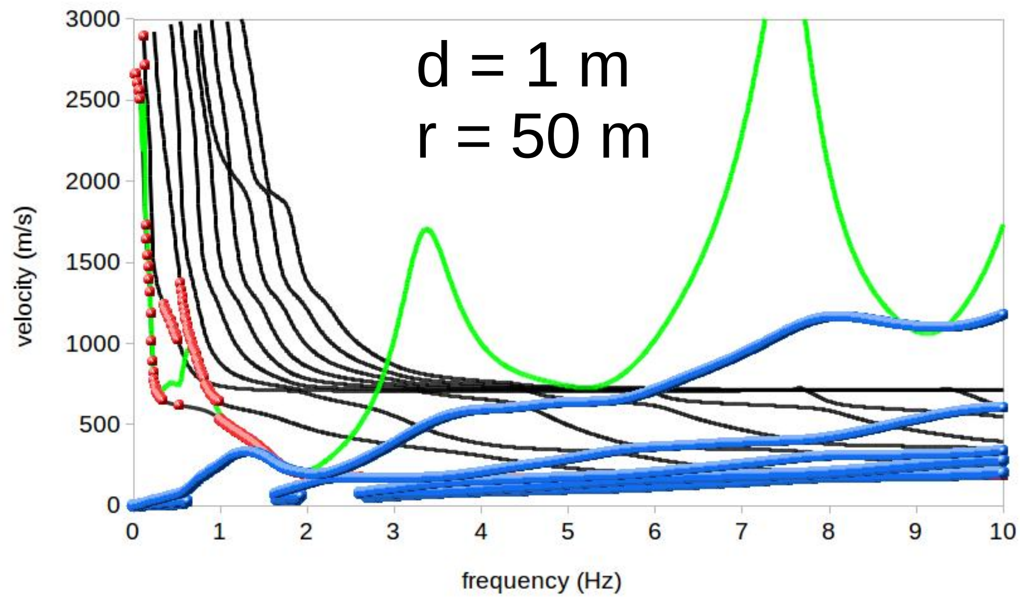
$$\left(r=\sqrt{x_0^2+y_0^2}\right)$$

UNIVERSITÀ DI SIENA
1240

Esempio sintetico

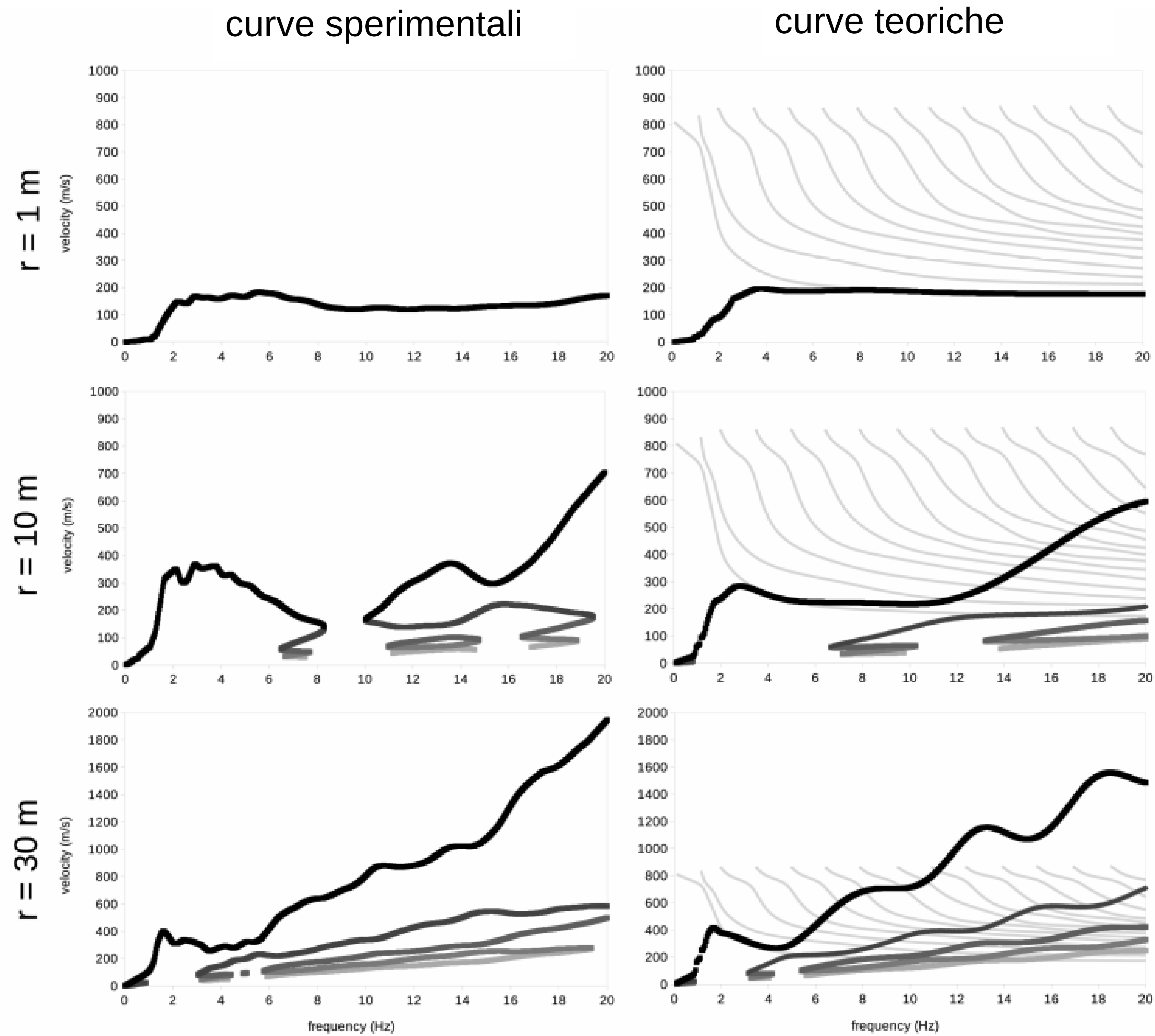






UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

Esempio reale (sito di Mirandola)



Conclusioni

- È stato presentato un **quadro teorico** del **campo d'onda completo delle vibrazioni ambientali**
- La teoria è in grado di **descrivere tutte le curve** ottenute sperimentalmente: **curva H/V** e **curve di dispersione** con i metodi **f-k “ideale”** e **SPAC**
- Gli esempi esaminati suggeriscono che possa essere trovato un **intervallo** di variabilità relativamente **ristretto** per il **parametro di correlazione** del campo di forza (d)
- La prossimità delle curve di dispersione a quelle modali è **in linea** con il supposto **ruolo dominante delle OS** nella costruzione di tali curve
- Nei due esempi, le simulazioni riproducono la **divergenza** in **bassa frequenza fra** le curve di dispersione **f-k e SPAC** **spesso osservata in pratica**, suggerendo che le curve f-k “ideali” seguano più fedelmente i modi delle OS
- Tale **divergenza** e la **convergenza a zero delle curve** date dai metodi di tipo **SPAC** <u>**non**</u> sembrano dunque imputabili ad **accidenti sperimentali**
- La curva “**effettiva**” si conferma una **buona approssimazione** della curva di dispersione (per piccole distanze intergeofoniche)
- Possibili sviluppi sono il superamento del limite dato dalla separabilità della funzione di covarianza separabile, considerando covarianze non separabili e l'introduzione di alcune forme di non omogeneità
- Occorre poi ampliare il numero di esempi

Grazie per l'attenzione!

UNIVERSITÀ DI SIENA
1240

APPENDICE
Referenze

- Lunedei E., Albarello D.
  Horizontal-to-vertical spectral ratios from a full-wavefield model of ambient vibrations generated by a distribution of spatially correlated surface sources
  Geophysical Journal International, vol. 201 (2015), pp. 1140–1153, doi: 10.1093/gji/ggv046

- Lunedei E., Albarello D.
  H/V and surface-wave dispersion curves from a full-wavefield model of ambient vibrations generated by a distribution of spatially correlated surface sources
  atti del 2nd Workshop AXA-UNAM – Diffuse fields and the seismic response of Mexico City valley, Instituto di Ingeniería – Universidad Nacional Autónoma de México, Città del Messico (Messico), 9-11 aprile 2015

- Lunedei E., Albarello D.
  calcolo dell'H/V con un modello del campo completo delle vibrazioni ambientali basato su una distribuzione di sorgenti superficiali spazialmente correlate
  atti del 33° Convegno Nazionale GNGTS, Bologna, 25-27 novembre 2014, pp. 210-217 (ISBN 978-88-940442-2-5) (Tema 2, Sessione 2.2)

- Lunedei E., Albarello D.
  Complete wavefield modelling of ambient vibrations from a distribution of correlated aleatory surface sources: computation of HVSR
  atti della Second European Conference on Earthquake Engineering and Seismology (2ECEES), Istanbul (Turchia), 24-29 agosto 2014

- Lunedei E., Albarello D.
  Power spectral density function and spatial autocorrelation of the ambient vibration full-wavefield generated by a distribution of spatially correlated surface sources
  Geophysical Journal International, sottomesso

APPENDICE

Esempio di funzione di covarianza alternativa

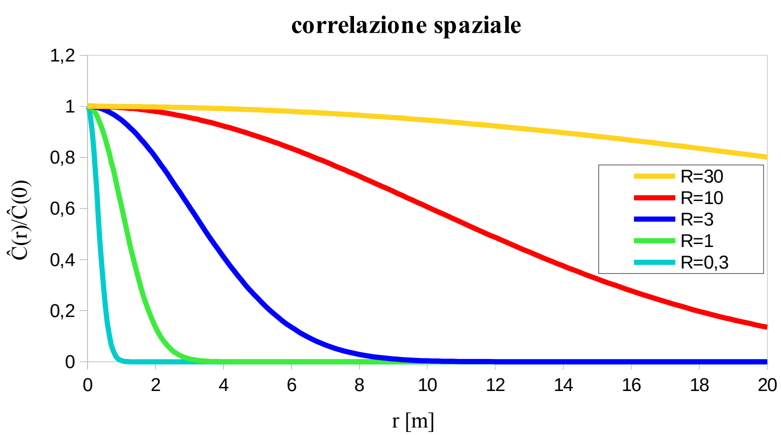
$$\left(r \equiv \sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

Separabile e spazialmente gaussiana

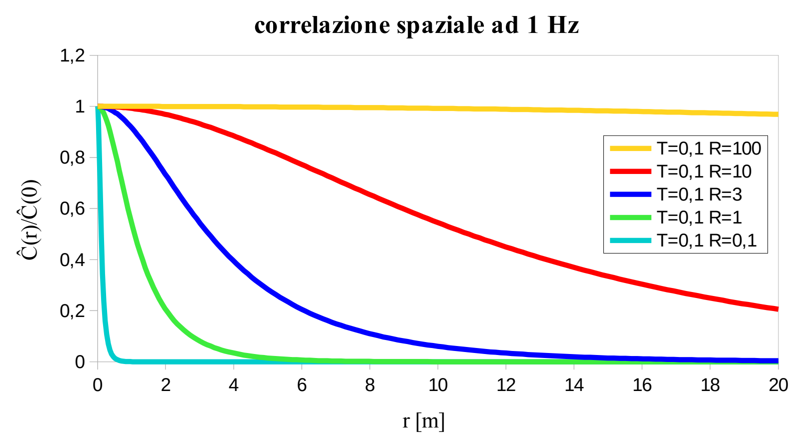
$$C_{F,j}(x,y,t) \equiv \frac{1}{2\pi R_j^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2R_j^2}} \cdot \theta_{F,j}(t)$$

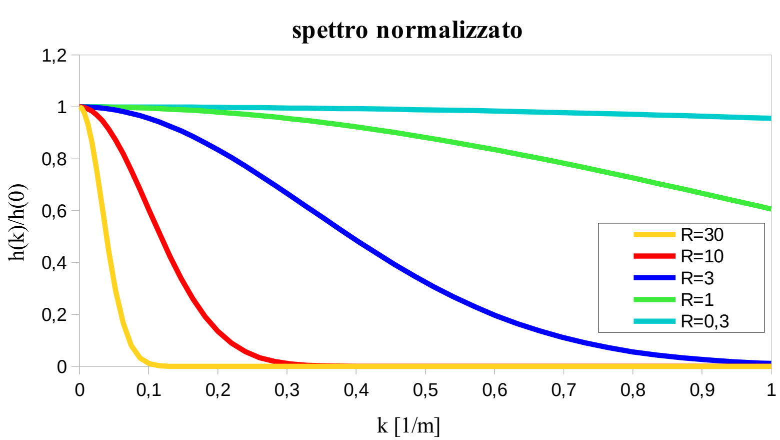
Non separabile a legge di potenza

$$C_{F,j}(x,y,t) \equiv \frac{1}{\left(\frac{t}{T_j}\right)^2 + \left(\frac{r}{R_j}\right)^2 + 1}$$

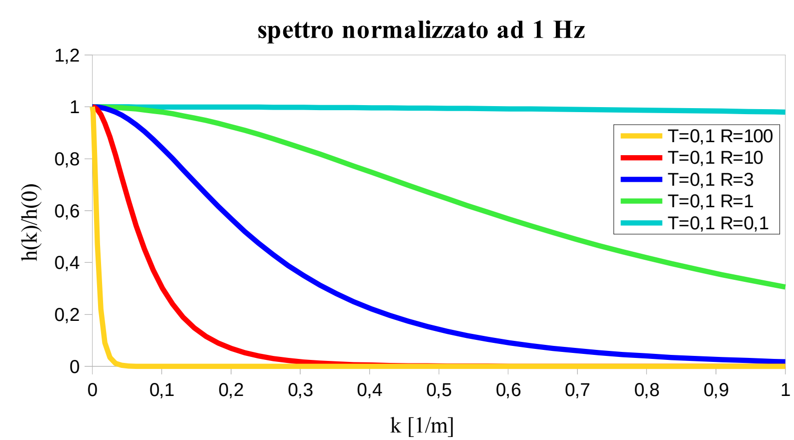


$$\hat{C}_{F,j}(r;\omega)$$





$$h_{F,jj}(k,\omega)$$



UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

APPENDICE

Formule analitiche per i due esempi di covarianza

Separabile e spazialmente gaussiana

$$C_{F,j}(x,y,t)\equiv\frac{1}{2\pi R_j^2}\cdot e^{-\frac{r^2}{2R_j^2}}\cdot\theta_{F,j}(t)$$

$$\hat{C}_{F,j}(r;\omega)=\hat{\theta}_{F,j}(\omega)\cdot\frac{1}{2\pi R_j^2}\cdot e^{-\frac{r^2}{2R_j^2}}$$

$$h_{F,jj}(k,\omega)=\hat{\theta}_{F,j}(\omega)\cdot e^{-\frac{R_j^2\cdot k^2}{2}}$$

Non separabile a legge di potenza

$$C_{F,j}(x,y,t)\equiv\left[\left(\frac{t}{T_j}\right)^2+\left(\frac{r}{R_j}\right)^2+1\right]^{-1}$$

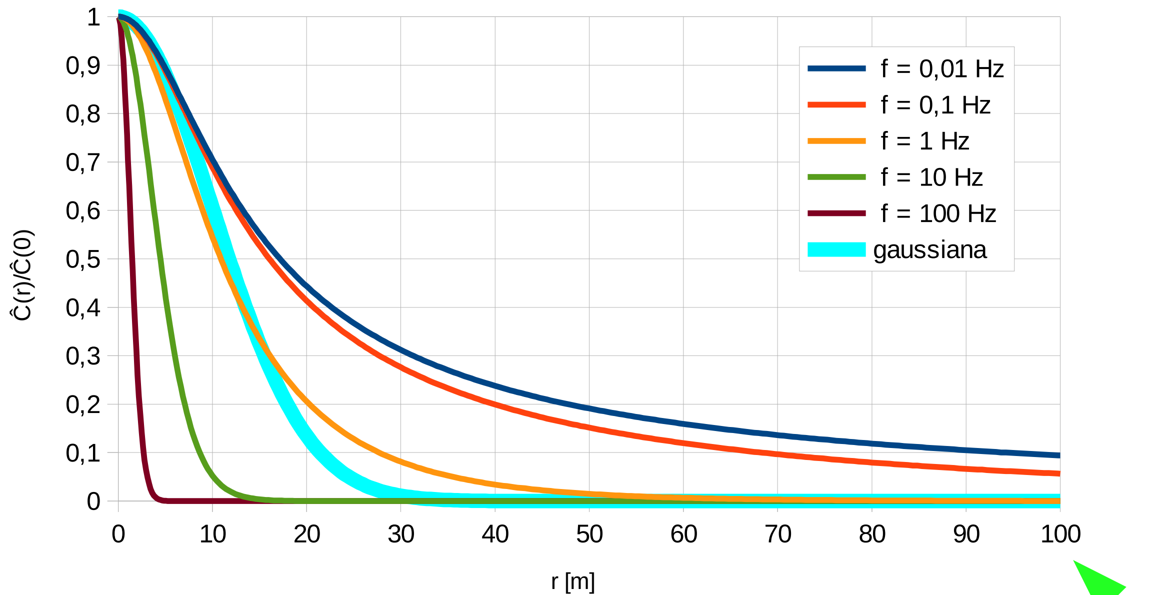
$$\hat{C}_{F,j}(r;\omega)=\frac{\pi T_j R_j}{\sqrt{r^2+R_j^2}}\cdot e^{-\frac{T_j\omega}{R_j}\sqrt{r^2+R_j^2}}$$

$$h_{F,jj}(k,\omega)=\frac{2T_j(\pi R_j)^2}{\sqrt{(kR_j)^2+(\omega T_j)^2}}\cdot e^{-\sqrt{(kR_j)^2+(\omega T_j)^2}}$$

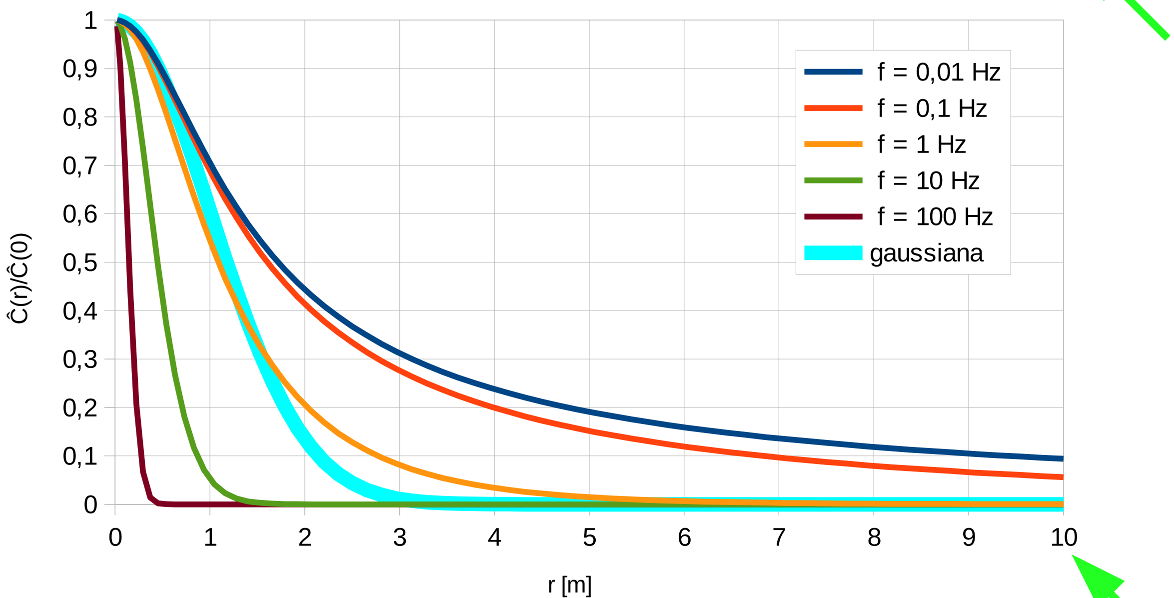
$$\left(r\equiv\sqrt{x^2+y^2}\right)$$

APPENDICE

L'estensione spaziale della covarianza non separabile dipende dalla frequenza



(T=0,1; R=10)



(T=0,1; R=1)