

CALCOLO DELLA CURVA DI DISPERSIONE CON UN MODELLO DEL CAMPO COMPLETO DELLE VIBRAZIONI AMBIENTALI BASATO SU UNA DISTRIBUZIONE DI SORGENTI SUPERFICIALI SPAZIALMENTE CORRELATE

E. Lunedei, D. Albarello

Dipartimento di Scienze Fisiche, della Terra e dell'Ambiente dell'Università degli Studi di Siena, Italia

Introduzione. La curva di dispersione esprime l'andamento della velocità di fase delle onde piane che attraversano un'antenna sismica in funzione della loro frequenza. Nel caso in cui le onde piane intercettate siano onde superficiali è in linea di principio possibile dedurre dalla curva di dispersione informazioni relative all'andamento del profilo di velocità delle onde S al di sotto dell'antenna (si vedano, ad esempio, Foti *et al.*, 2011, 2014). Per questo motivo la determinazione sperimentale delle curve di dispersione gioca un ruolo assai importante nella caratterizzazione della proprietà di sito e quindi nella valutazione della risposta sismica locale (per esempio, Albarello *et al.*, 2009, 2011; Pileggi *et al.*, 2009, 2011; Albarello e Gargani, 2010; Gruppo di lavoro MS-AQ, 2010; Peruzzi *et al.*, 2013).

Dal punto di vista sperimentale, la curva di dispersione può essere ricavata dall'analisi delle registrazioni del campo d'onda delle vibrazioni ambientali (sismica passiva), valendosi sia di metodi basati sulla funzione densità spettrale di potenza in frequenza e numero d'onda (o metodi f-k: *beam-forming*, *high-resolution*, etc.), che di metodi basati sulla correlazione spaziale (SPAC, MSPAC, ESAC): per una panoramica, si veda, ad esempio, Okada (2003).

L'interpretazione di queste curve è basata sull'ipotesi che l'andamento osservato sia determinato dalle sole onde superficiali, ritenendo che le altre componenti del campo d'onda

non vi contribuiscono in modo significativo. Si tratta di un'ipotesi ragionevole, sostenuta sia da risultati sperimentali e numerici che da considerazioni teoriche, almeno nell'ipotesi che non vi siano sorgenti importanti del campo delle vibrazioni ambientali in prossimità dell'antenna sismica (ipotesi di campo lontano). Manca tuttavia una sua deduzione all'interno di un quadro teorico descrivente il campo delle vibrazioni ambientali. Un contributo allo studio teorico della curva di dispersione, e quindi della realistica di detta ipotesi, è qui dato valendosi del modello di campo completo delle vibrazioni ambientali proposto da Lunedei e Albarello (2014, 2015) per l'interpretazione della curva dei rapporti spettrali H/V. Questo modello descrive le proprietà medie del campo d'onda completo (comprensivo cioè di tutte le fasi sismiche che lo costituiscono) utilizzando il formalismo dei campi stocastici. Si tratta della più recente versione del modello di Distribuzione Superficiale di Sorgenti (DSS), che descrive le vibrazioni ambientali come effetto di una distribuzione uniforme di forze aleatorie puntiformi, correlate fra loro e localizzate alla superficie piana di una terra descritta come una pila di strati orizzontali omogenei ed isotropi sovrastanti un semispazio con le stesse proprietà (modello 1D).

In questo contesto è possibile descrivere le proprietà spettrali, e quindi di correlazione, del campo delle vibrazioni ambientali e quindi fornire una relazione tra le curve di dispersione ottenute con le tecniche f-k e SPAC e le proprietà del sottosuolo, senza ricorrere ad ipotesi restrittive riguardo alle fasi sismiche presenti.

Spostamento e forza come processi stocastici. Nel nuovo modello introdotto in Lunedei e Albarello (2014, 2015), la Terra è descritta come una pila di strati orizzontali omogenei ed isotropi sovrastanti un semispazio con le stesse proprietà (modello 1D); la superficie della Terra è così approssimata da un piano orizzontale descritto dalle coordinate cartesiane $(x,y)^T$.

In tale struttura, si assume che il campo di spostamento delle vibrazioni ambientali, $U(x,y,t) \equiv (U_x(x,y,t), U_y(x,y,t), U_z(x,y,t))^T$, ed il campo di forza che lo genera, $F(x,y,t) \equiv (F_x(x,y,t), F_y(x,y,t), F_z(x,y,t))^T$, siano due processi stocastici stazionari nel tempo (t) ed omogenei nel piano orizzontale (x,y) (almeno al secondo ordine), con media nulla e varianza finita. In questo quadro, ciascuno dei due campi è un processo stocastico trivariato e tridimensionale (p.s. 3V-3D), avendo tre componenti spaziali (lungo le tre direzioni cartesiane), ciascuna delle quali è un campo aleatorio (dipendente dal tempo e due coordinate spaziali). Per entrambi i processi stocastici, si assume l'esistenza della densità spettrale di potenza (spettro), la quale è rappresentata dalle due matrici spettrali h_U ed h_F , entrambe dipendenti dalla pulsazione ω e dal vettore bidimensionale numero d'onda $k \equiv (k_x, k_y)^T$.

Per definizione, lo spostamento dovuto al campo delle vibrazioni ambientali è costituito da piccole oscillazioni, il che implica la sussistenza d'una relazione lineare fra il medesimo ed il campo di forza che lo genera:

$$U(x, y, t) = \int G(\xi, \eta, \tau) \cdot F(x - \xi, y - \eta, t - \tau) d\xi d\eta d\tau, \tag{1}$$

essendo G la matrice di Green nel dominio spaziotemporale, che contiene le proprietà meccaniche del mezzo stratificato. Da questa formula discende che fra le due matrici spettrali sussiste la relazione (Lunedei e Albarello, 2014, 2015):

$$h_U(k_x, k_y, \omega) = \hat{G}(k_x, k_y, \omega) \cdot h_F(k_x, k_y, \omega) \cdot \hat{G}^*(k_x, k_y, \omega), \tag{2}$$

dove “*” indica la coniugazione hermitiana e \hat{G} è la matrice di Green nel dominio frequenza e numero d'onda.

Se si assume che le tre componenti cartesiane del campo di forza siano non correlate le une con le altre, la matrice spettrale della forza è diagonale, $h_F(k_x, k_y, \omega) \equiv \text{diag}(h_{F_x}(k_x, k_y, \omega), h_{F_y}(k_x, k_y, \omega), h_{F_z}(k_x, k_y, \omega))$, e questo consente di semplificare notevolmente la formula nell'Eq. 2.

L'ultima ipotesi che si adotta è che ciascuna delle tre componenti cartesiane del campo di forza sia isotropa nel piano orizzontale, implicando questo che il suo spettro non dipenda dalla direzione del vettore numero d'onda, ma solo dal suo modulo. Passando ad un sistema di coordinate polari nel piano del numero d'onda, cosicché quest'ultimo sia descritto dal suo

modulo k e dal suo argomento φ , l'ipotesi significa che \mathbf{h}_F non dipende da φ , ovvero che lo spettro della forza dipende da due sole variabili: $h_{F,j}(k,\omega)$, $j = x, y, z$.

La densità spettrale di potenza di ciascuna delle tre componenti cartesiane dello spostamento del campo delle vibrazioni ambientali (autospettro) ha allora la forma

$$h_{U,i}(k,\phi,\omega) = \sum_{j=x,y,z} |\hat{G}_{ij}(k,\phi,\omega)|^2 \cdot h_{F,j}(k,\omega), \tag{3}$$

per $i=x,y,z$. L'espressione esplicita di queste funzioni può essere trovata, ad esempio, in Lunedei e Albarello (2015).

Relazione tra la densità spettrale di potenza e la covarianza. È ben noto che la densità spettrale di potenza sia la trasformata di Fourier della funzione di covarianza nel dominio spaziotemporale, $R_{F,i}(x,y,t)$:

$$h_{F,j}(k_x,k_y,\omega) = \int R_{F,j}(x,y,t) \cdot e^{-i(k_x x + k_y y + \omega t)} dx dy dt, \tag{4}$$

per ogni $j=x,y,z$ (p. es., Lunedei e Albarello, 2014, 2015). Quando la funzione di covarianza è spazialmente isotropa, usando le coordinate polari anche nel piano orizzontale, $\mathbf{x}=(r, \theta)^T$, si può scrivere $R_{F,j}(r,t)$. Se anche il piano del numero d'onda è descritto con coordinate polari, $\mathbf{k}=(k,\varphi)^T$, la precedente formula diventa

$$h_{F,j}(k,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_0^{+\infty} R_{F,j}(r,t) \cdot J_0(kr) \cdot r dr \right\} \cdot e^{-i\omega t} dt, \tag{5}$$

per ogni $j=x,y,z$, essendo J_0 la funzione di Bessel di prima specie di ordine zero. Questa formula esprime il noto risultato che la densità spettrale di potenza rispetto al numero d'onda è la trasformata di Hankel di ordine zero della covarianza rispetto alla distanza e che essa dipende solo dal modulo del numero d'onda e non dalla sua direzione. Poiché la formula inversa ha la stessa struttura, risulta chiaramente che la densità spettrale di potenza è isotropa rispetto a \mathbf{k} se e solo se tale è la covarianza rispetto ad \mathbf{x} . Dunque l'isotropia in \mathbf{k} della potenza significa che la correlazione tra le sorgenti dipende solo dalla loro distanza reciproca e non dalla direzione orizzontale. È importante notare che questa ipotesi, fisicamente ragionevole, è assunta per tutte le tre componenti del campo di forza e non implica isotropia dell'intensità del campo di forza stesso, il quale può agire in modi diversi lungo direzioni diverse, a condizione che la correlazione spaziale si mantenga orizzontalmente isotropa.

Fissati due punti sul piano orizzontale, l'origine ed $\mathbf{x}=(r, \theta)^T$, la covarianza spaziale fra gli spostamenti in tali due punti è espressa da una formula analoga all'inversa dell'Eq. 4:

$$R_{U,j}(r,\theta,t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \int h_{U,j}(k,\phi,\omega) \cdot e^{i[kr \cdot \cos(\theta-\phi) + \omega t]} dk d\phi d\omega, \tag{6}$$

per $j=x,y,z$. Essendo \mathbf{x} fissato, questa può essere vista come la funzione di covarianza mutua rispetto al tempo tra gli spostamenti in questi due punti. Pertanto è possibile descrivere lo spettro mutuo (*cross-spectrum*) rispetto alla frequenza tra essi in termini della relativa trasformata di Fourier:

$$p_{U,i}(r,\theta;\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{U,j}(r,\theta,t) \cdot e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \sum_{j=x,y,z} |\hat{G}_{ij}(k,\phi,\omega)|^2 \cdot h_{F,j}(k,\omega) \cdot e^{i[kr \cdot \cos(\theta-\phi)]} dk d\phi, \tag{7}$$

per $i=x,y,z$. Grazie alle suddette ipotesi, l'integrale si separa nella parte angolare, calcolabile analiticamente, ed in quella dipendente dal modulo k , che è la sola parte da calcolarsi numericamente. In questo modo, la densità spettrale di potenza del campo di spostamento si calcola, per ogni direzione, con una sola integrazione nel modulo del numero d'onda k .

Quando i due punti coincidono (cioè $\mathbf{x}=\mathbf{0}$), si ritrova la potenza totale dello spostamento lungo la direzione i -esima ($i=x,y,z$) alla pulsazione ω , data dallo spettro marginale (Lunedei e

Albarelli, 2014, 2015):

$$p_{U,i}(0,0;\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \sum_{j=x,y,z} |\hat{G}_{ij}(k,\phi,\omega)|^2 \cdot h_{F,j}(k,\omega) dk d\phi. \tag{8}$$

Come spiegato in Lunedei e Albarelli (2014, 2015), l'integrale nell'Eq. 8 (per ogni $i=x,y,z$) converge solo se le funzioni $h_{F,j}(k,\omega)$ ($j=x,y,z$) sono infinitesime al divergere di k e ciò implica che il p.s. forza non può essere un processo puramente aleatorio (ossia un rumore bianco) rispetto allo spazio. Ciò significa che la forza deve avere un "colore" relativamente alla dimensione spaziale, il che ha importanti conseguenze fisiche: la necessità d'una dipendenza della densità spettrale di potenza dal modulo del numero d'onda k implica infatti l'esistenza d'una correlazione spaziale del campo di forza, che si può interpretare fisicamente come una correlazione tra le sorgenti (puntuali) delle vibrazioni ambientali situate sulla superficie terrestre ovvero come conseguenza della dimensione finita di tali sorgenti.

La curva di dispersione secondo la definizione f-k. Nel caso ideale di un'antenna sismica costituita da un'infinità continua di ricevitori, la relativa funzione di risposta sarebbe una delta di Dirac, cosicché la stima della densità spettrale di potenza da essa fornita sarebbe esattamente la potenza data dall'Eq. 3. In tale situazione, la curva di dispersione definita dal metodo f-k per la componente del moto i -esima sarebbe $c_i(\omega) = \omega/k_i(\omega)$ tale che

$$h_{U,i}(k_i(\omega),\phi_i(\omega),\omega) = \max_{k,\phi} h_{U,i}(k,\phi,\omega), \tag{9}$$

per $i=x,y,z$. L'Eq. 3 consente quindi di calcolare tale curva di dispersione, date le proprietà spettrali del campo di forza e la stratigrafia, con un procedimento di ricerca numerica del valore massimo affatto analogo a quello condotto nell'elaborazione dei dati sperimentali con la tecnica f-k. Si può dimostrare che, se il campo di forza è isotropo, cioè $h_{F,x}(k,\omega) = h_{F,y}(k,\omega)$, la suddetta definizione della curva di dispersione $c_z(\omega)$ relativa alla componente verticale del moto non dipende dall'angolo ϕ .

La curva di dispersione secondo la definizione SPAC. Fissati due punti sulla superficie terrestre, uno nell'origine e l'altro in \mathbf{x} , la coerenza fra gli spostamenti osservati in tali due punti lungo la direzione i -esima è, per definizione,

$$w_{U,i}(r,\theta;\omega) = \frac{p_{U,i}(r,\theta;\omega)}{p_{U,i}(0,0;\omega)}. \tag{10}$$

Per la componente verticale del moto, quando lo spostamento è dovuto ad onde stazionarie indipendenti che si propagano isotropicamente in tutte le direzioni orizzontali con comune velocità di fase $c_z(\omega)$, tale coerenza eguaglia la funzione di Bessel $J_0(\omega \cdot r/c_z(\omega))$ (Aki, 1957). La curva di dispersione relativa a tale componente del moto secondo il metodo SPAC resta quindi definita come la funzione $c_z(\omega)$ che verifica l'equazione

$$J_0\left(\frac{\omega \cdot r}{c_z(\omega)}\right) = \frac{p_{U,z}(r,\theta;\omega)}{p_{U,z}(0,0;\omega)}, \tag{11}$$

L'analogia fra le due descrizioni sussiste solo se il campo di forza è isotropo, cioè $h_{F,x}(k,\omega) = h_{F,y}(k,\omega)$, nel qual caso si può dimostrare che il numeratore del membro destro dell'Eq. 11, dato dall'Eq. 7 con $i=z$, non dipende da θ . In tal caso, le Eqq. 7 ed 8 permettono il calcolo del membro destro, frequenza per frequenza, con due integrazioni nel modulo del numero d'onda. Quindi la velocità di fase $c_z(\omega)$ può essere trovata invertendo numericamente la funzione di Bessel J_0 , nello stesso modo in cui si determina la curva di dispersione dall'analisi dei dati sperimentali con il metodo SPAC.

Un esempio numerico. Si considera il classico esempio derivante dalla stratigrafia reale introdotta da Tokimatsu (1997) ed Arai e Tokimatsu (2004), denominata da tali autori "sito A". La medesima è stata utilizzata in Lunedei e Albarelli (2014, 2015), dove la viscosità è stata introdotta rendendo complesse le velocità delle onde di volume; come nei citati lavori,

Tab. 1 - Stratigrafia usata nell'esempio numerico.

spessore (m)	VP (m/s)	VS (m/s)	densità (kg/m3)
5,5	1333	240	1900
3,6	1333	133	1900
4,6	1333	175	1900
6,3	1333	222	1900
20,0	1333	155	1900
4,6	1333	175	1900
6,4	1333	250	1900
9,0	1595	570	1900
23,6	1595	333	1900
16,4	1595	575	1900
1400,0	1800	700	1900
800,0	2800	1500	2200
∞	5600	3000	2500

tutti i fattori di smorzamento sono posti uguali all'1%. Il profilo stratigrafico usato è riportato in Tab. 1.

Come in Lunedei e Albarello (2014, 2015), la covarianza del campo di forza è assunta separabile nelle sue due variabili: esistono cioè due funzioni tali che $R_{F_j}(r,t) = C_{F_j}(r) \cdot \Theta_{F_j}(t)$. In questo modo risulta separabile anche lo spettro della j -esima componente della forza:

$$h_{F_j}(k,\omega) = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta_{F_j}(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \right\} \cdot \left\{ \int_0^{+\infty} C_{F_j}(r) \cdot J_0(kr) \cdot r dr \right\}, \tag{12}$$

La covarianza spaziale di ogni j -esima componente del campo di forza è, allo stesso modo, scelta come funzione di tipo gaussiano (bidimensionale):

$$C_{F_j}(r) = \frac{D_j}{2\pi d_j^2} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2d_j^2}\right), \tag{13}$$

essendo D_j e d_j due costanti positive; la trasformata di Hankel di tale correlazione è ancora una funzione di tipo gaussiano (bidimensionale), cioè:

$$D_j \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} d_j^2 k^2\right). \tag{14}$$

Come conseguenza dell'ipotesi di separabilità, la densità di potenza spettrale così ottenuta, che soddisfa la richiesta proprietà di decrescenza al divergere di k , è la stessa per tutte le frequenze. È importante notare che, quando l'estensione "effettiva" della covarianza spaziale fra le sorgenti, ovvero il valore del parametro d_j , aumenta, la funzione nell'Eq. 13 si appiattisce mentre la densità spettrale di potenza (Eq. 14) si concentra intorno al valore zero, cioè sui piccoli numeri d'onda e quindi sulle grandi lunghezze d'onda; l'inverso avviene, ovviamente, al ridursi del parametro d_j , ovvero al restringersi della correlazione spaziale.

Per l'esempio esaminato, si è posto $D_x = D_y = D_z$, il cui valore non contribuisce a determinare le curve di dispersione. S'è altresì scelto un valore comune d per d_x , d_y e d_z , che diviene così l'unico parametro rilevante nel calcolo di tali curve. Tali scelte rendono il campo di forza totalmente isotropo.

La Fig. 1 mostra la curva di dispersione calcolata col presente modello secondo la definizione f-k, cioè in base all'Eq. 9, per alcuni valori del parametro di correlazione d . Essa è sovrapposta

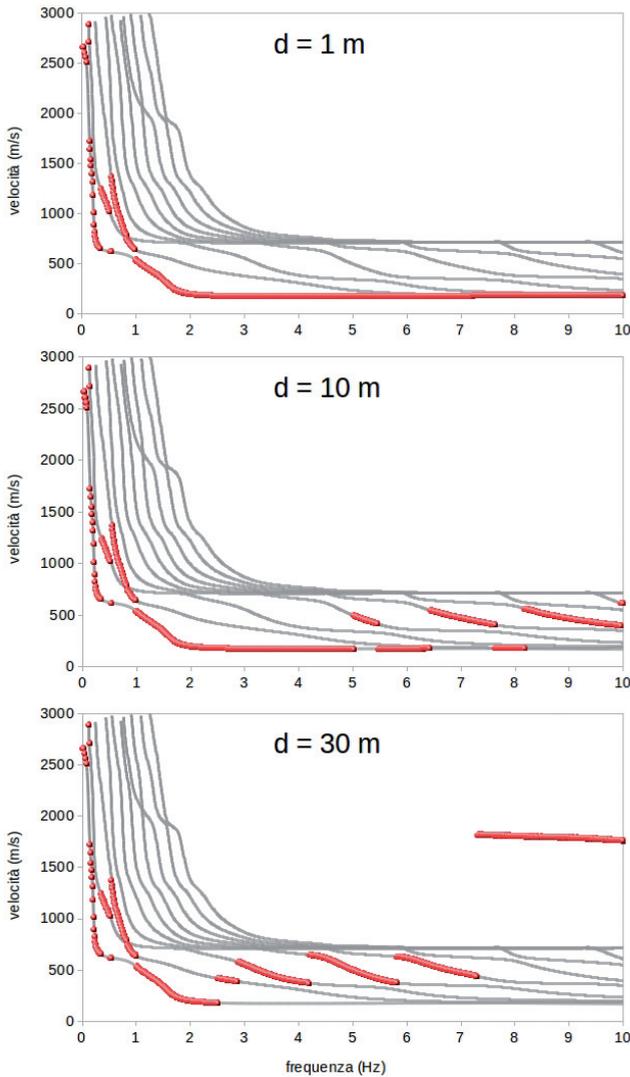


Fig. 1 – Primi dieci modi di Rayleigh (linee di color grigio chiaro) per il profilo stratigrafico in Tab. 1 con sovrapposta (sfere rosse) la curva di dispersione della componente verticale del moto ottenuta col metodo $f-k$ “ideale” nel quadro della presente teoria di campo completo (Eq. 9) per tre valori del parametro di correlazione d , rappresentativo dei tre parametri d_x, d_y, d_z .

di potenza della forza (Eq. 14), la quale spinge il massimo della densità spettrale di potenza dello spostamento verso minori numeri d’onda, ovvero verso velocità più elevate. Nel quadro di questa teoria (inclusa la forma della correlazione del campo di forza), questo fatto fornisce una possibile via per vincolare il valore del parametro di correlazione d : poiché infatti, in generale, non si osservano sperimentalmente salti ad alta frequenza come quelli mostrati nel secondo e terzo grafico di Fig. 1, si può dedurre che d dovrebbe assumere valori inferiori a 10 m, limite che si accorda perfettamente con quello ottenuto in Lunedei e Albarello (2014, 2015) da analoghe considerazioni sulla curva H/V.

Il valore $d=1$ è stato quindi scelto per calcolare la curva di dispersione della componente verticale del moto secondo la definizione del metodo SPAC, ovvero l’Eq. 11, al variare della

ai primi dieci modi di Rayleigh, calcolati col modello basato sulle onde superficiali esposto in Lunedei e Albarello (2009). Si vede come il massimo valore della funzione densità di potenza spettrale della componente verticale di spostamento del campo completo cada, per tutte le frequenze, in corrispondenza ad una delle curve modali di Rayleigh. Questa corrispondenza, che depone a favore di un ruolo preminente delle onde superficiali nel determinare la curva di dispersione, trova la sua spiegazione formale nel fatto che le dette curve modali coincidono con i poli della funzione di densità spettrale di potenza. Si osserva poi che, in bassa frequenza, la curva di dispersione data da questo metodo $f-k$ “ideale” è indipendente dall’estensione della correlazione del campo di forza (entro i limi esaminati) e salta tra i primi tre modi, rivelando che l’energia del campo completo si muove tra essi, al variare della frequenza. Al contrario, il comportamento della curva di dispersione in alta frequenza dipende fortemente dal valore di d : quando il raggio di correlazione delle sorgenti è piccolo, essa giace interamente sul modo fondamentale, mentre quando l’estensione della correlazione si amplia, essa si sposta via via sui modi superiori. Formalmente, ciò è conseguenza della riduzione di potenza al crescere del valore di k , dovuta all’andamento esponenziale della funzione di densità spettrale

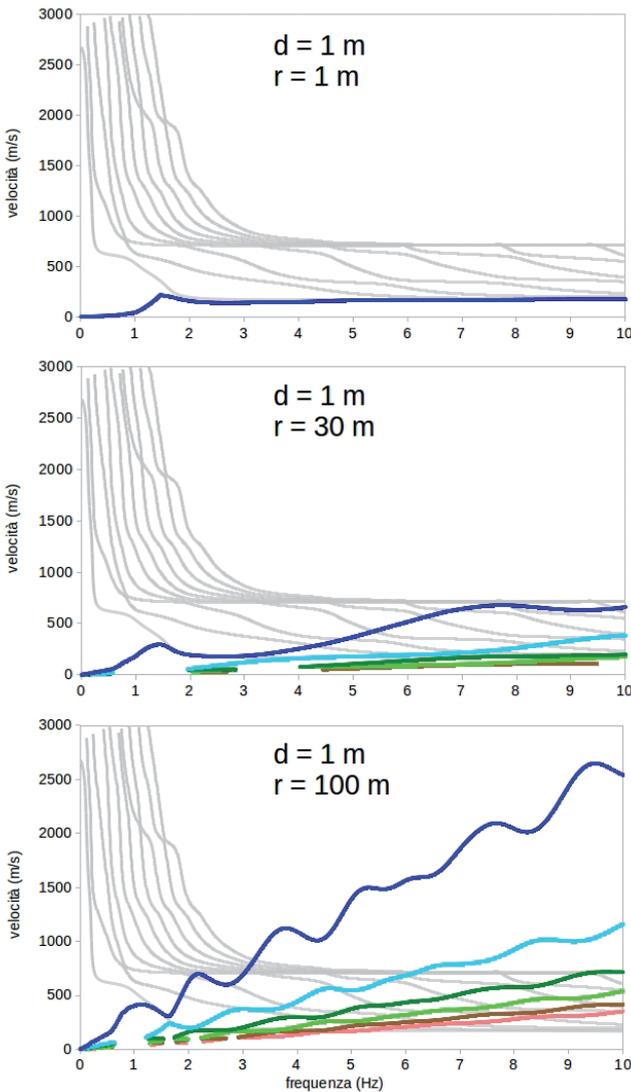


Fig. 2 – Primi dieci modi di Rayleigh (linee di color grigio chiaro) per il profilo stratigrafico in Tab. 1 con sovrapposti (linee colorate) i primi rami della curva di dispersione della componente verticale del moto ottenuta col metodo SPAC nel quadro della presente teoria di campo completo (Eq. 11) per tre valori dell’interdistanza dei ricevitori r ; il parametro di correlazione d , rappresentativo dei tre parametri d_x, d_y, d_z , è fissato ad 1 m.

ricevitori. Comparandone l’andamento con quello in Fig. 1, si deduce che tale curva effettiva è una buona approssimazione della curva di dispersione del campo completo definita secondo la tecnica f-k “ideale”. Quando l’interdistanza dei ricevitori assume valori piccoli, la prossimità delle due curve si mantiene per tutte le frequenze, mentre al crescere di questa si conserva solo a quelle più basse. È interessante notare la similitudine delle curve nonostante le ipotesi dei modelli che le producano siano sostanzialmente diverse: la curva effettiva è definita per un processo monodimensionale, assume sorgenti non correlate fra loro e considera le sole onde superficiali. Per piccole interdistanze r , la curva effettiva riproduce anche quella ottenuta dal campo completo col metodo SPAC, eccetto alle frequenze più basse. Analogie si notano anche

distanza fra i ricevitori r ; i risultati sono mostrati in Fig. 2. Quando l’interdistanza r è piccola la curva di dispersione è composta da un unico ramo, che giace sul modo fondamentale di Rayleigh. Al crescere di r , compaiono altri rami e tutti incrociano diversi modi di Rayleigh al variare della frequenza. Si tratta del noto problema della molteplicità delle soluzioni date dal metodo SPAC, in conseguenza della natura polidroma dell’inversa della funzione J_0 ; il modo fondamentale di Rayleigh è in tal caso descritto da differenti rami della soluzione in diversi intervalli di frequenza. Un’osservazione importante riguarda l’andamento di tutti i rami della curva di dispersione a bassa frequenza: tra 1 e 2 Hz vi è un punto (la cui frequenza si riduce lievemente al crescere di d) a sinistra del quale detta curva abbandona la curva di Rayleigh per convergere rapidamente ma regolarmente verso l’origine delle coordinate. Si tratta di un fenomeno comunemente osservato nell’analisi dei dati sperimentali con i metodi di tipo SPAC e questa simulazione suggerisce che esso non sia legato a limiti sperimentali, quanto piuttosto sia un fatto intrinseco alla metodologia, che merita senz’altro un approfondimento.

Infine, la Fig. 3 mostra la curva di dispersione effettiva di Rayleigh ottenuta secondo la definizione data in Tokimatsu *et al.* (1992; Eq. 20) ed in Tokimatsu (1995; Eq. 62), al variare dell’interdistanza dei

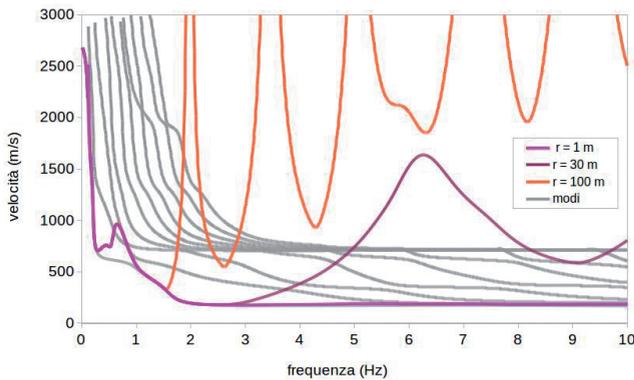


Fig. 3 – Primi dieci modi di Rayleigh (linee di color grigio chiaro) per il profilo stratigrafico in Tab. 1 con sovrapposte (linee colorate) le curve di dispersione effettiva di Rayleigh della componente verticale del moto per tre valori dell'interdistanza dei ricevitori r .

per interdistanze maggiori, ma gli andamenti divengono, in ambo i casi, più complicati.

Conclusioni. Si è mostrato come il modello del campo completo delle vibrazioni ambientali introdotto in Lunedei e Albarello (2014, 2015) per interpretare la curva dei rapporti spettrali H/V sia altrettanto efficace nel descrivere la curva di dispersione misurata da un'antenna sismica posta sulla superficie terrestre. In particolare, le proprietà spettrali, e quindi di correlazione, del campo delle vibrazioni ambientali emergono in modo naturale nel quadro di questa teoria e ciò permette di modellare le curve di dispersione secondo procedure affatto analoghe a quelle sperimentamente adottate nell'analisi delle acquisizioni di sismica passiva, specificamente i metodi $f-k$ e SPAC. In tal modo, questa teoria, che modella il campo di spostamento delle vibrazioni ambientali ed il campo di forza che lo genera come campi stocastici, si rivela capace di descrivere compiutamente le quantità sperimentamente misurabili relative a tale campo.

Analogamente a quelli riportati nei citati lavori, l'esempio considerato suggerisce anche la possibilità di determinare un intervallo relativamente ristretto per i valori assunti dal parametro più importante che caratterizza questa teoria: l'estensione della correlazione spaziale del campo di forza. Da un lato, questo può rendere possibile stimare una proprietà importante del campo completo delle vibrazioni ambientali, dall'altro, è un elemento importante nell'applicazione pratica di questa teoria per produrre curve sintetiche. L'esempio, mostrando la coincidenza (per il metodo $f-k$) e la prossimità (per il metodo SPAC) della curva di dispersione del campo completo con i modi delle onde di Rayleigh (Figg. 1 e 2), conferma anche il ruolo primario delle onde superficiali nel determinare le curve di dispersione.

Di notevole interesse è la capacità della presente teoria di descrivere un fenomeno comunemente osservato nei dati reali: la divergenza delle curve di dispersione ottenute con i metodi $f-k$ e SPAC alle basse frequenze. Mentre la seconda decade regolarmente quando la frequenza va a zero, la curva $f-k$ continua ad aumentare col ridursi della frequenza, e, in generale, si identifica sempre un valore di frequenza al di sotto del quale la curva di dispersione $f-k$ assume valori nettamente superiori alla corrispondente curva SPAC. L'esempio considerato suggerisce che la curva di dispersione $f-k$ segua meglio l'andamento delle curve di dispersione modali e, quindi, meglio descriva le proprietà di dispersione del sottosuolo, rispetto alla curva SPAC, almeno alle basse frequenze. Il decadimento regolare verso lo zero di quest'ultima curva, mostrandosi palesemente anche nei dati simulati, sembra dunque essere un effetto reale e non un accidente legato alle procedure sperimentali. Ulteriori indagini sono tuttavia necessarie per capire l'origine di questo andamento ed il suo legame con le proprietà del sottosuolo e del campo delle vibrazioni ambientali.

Un ultimo risultato interessante mostrato dall'esempio esaminato è la buona capacità della curva di dispersione effettiva definita da Tokimatsu *et al.* (1992) e Tokimatsu (1995) di approssimare la curva di dispersione $f-k$ del campo d'onda completo, quando la distanza fra i due ricevitori è piccola. L'approssimazione è altrettanto valida per le curve SPAC, a frequenze abbastanza alte.

I limiti della teoria sono ovviamente gli stessi già elencati Lunedei e Albarello (2014, 2015). In particolare, l'assunta separabilità della funzione di densità spettrale di potenza del campo di forza implica che non esista alcuna relazione tra le caratteristiche spaziali e temporali di tale campo, il che è probabilmente irrealistico.

Analogamente, le stesse proposte per un futuro miglioramento della teoria possono essere avanzate. Il modello potrebbe essere reso più generale sia rilasciando la separabilità in tempo e spazio della correlazione del campo di forza, sia prendendo in considerazione un qualche tipo di disomogeneità spaziale. La non-separabilità permetterebbe di descrivere la diversa estensione della correlazione spaziale delle sorgenti del campo a frequenze diverse. La disomogeneità spaziale consentirebbe di prendere in considerazione strutture più complesse, e probabilmente più realistiche, per il campo di forze che genera le vibrazioni ambientali, quali, ad esempio, distribuzioni direzionali delle sorgenti od aree libere dalle medesime.

Bibliografia

- Albarello D., Cesi C., Eulilli V., Guerrini F., Lunedei E., Paolucci E., Pileggi D. & Puzzilli L.M.; 2009: *Il contributo della sismica passiva nella microzonazione di due macroaree abruzzesi*. Atti del 28° Convegno Nazionale GNGTS, Trieste, 16-19 novembre 2009, pp. 254-256 (ISBN 88-902101-4-1), <http://www2.ogs.trieste.it/gngts/> (Tema 2, Sessione 2.1).
- Albarello D. & Gargani F.; 2010: *Providing NEHRP soil classification from the direct interpretation of effective Rayleigh wave dispersion curves*. Bull. Seismol. Soc. Am., **100**, 3284–3294, doi:10.1785/0120100052.
- Albarello D., Cesi C., Eulilli V., Guerrini F., Lunedei E., Paolucci E., Pileggi D. & Puzzilli L.M.; 2011: *The contribution of the ambient vibration prospecting in seismic microzoning: an example from the area damaged by the April 6, 2009 L'Aquila (Italy) earthquake*. Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata, **52**(3), 513–538.
- Arai H. & Tokimatsu K.; 2004: *S-wave velocity profiling by inversion of microtremor H/V spectrum*. Bulletin of the Seismological Society of America, **94**(1), 53–63.
- Foti S., Parolai S., Albarello D. & Picozzi M.; 2011: *Application of Surface Wave Methods for Seismic site characterization*. Survey in Geophysics, **32**(6), 777-825.
- Foti S., Lai C.G., Rix G. & Strobbia C.; 2014: *Surface Wave Methods for Near-Surface Site Characterization*. CRC Press.
- Gruppo di lavoro MS-AQ; 2010: *Microzonazione sismica per la ricostruzione dell'area aquilana*. Regione Abruzzo – Dipartimento della Protezione Civile, L'Aquila, 3 vol. e DVD-Rom.
- Lunedei E. & Albarello D.; 2009: *On the seismic noise wave field in a weakly dissipative layered Earth*. Geophys. J. Int., **177**, 1001–1014, doi:10.1111/j.1365-246X.2008.04062.x.
- Lunedei E., Albarello D.; 2014: *Calcolo dell'H/V con un modello del campo completo delle vibrazioni ambientali basato su una distribuzione di sorgenti superficiali spazialmente correlate*. Atti del 33° Convegno Nazionale GNGTS, 25–27 novembre 2014, Bologna, 210–217, <http://www2.ogs.trieste.it/gngts/> (Sessione 2, Tema 2).
- Lunedei E. & Albarello D.; 2015: *Horizontal-to-vertical spectral ratios from a full-wavefield model of ambient vibrations generated by a distribution of spatially correlated surface sources*. Geophys. J. Int., **201**, 1140–1153, doi:10.1093/gji/ggv046.
- Peruzzi G., Lunedei E., Albarello D., Pieruccini P., Firuzabadi D., Sandrelli F., Coltorti M. & Fantozzi P.L.; 2013. *La Microzonazione Sismica di un sito UNESCO: il centro storico di San Gimignano (Siena)*. Atti del 32° Convegno Nazionale GNGTS, Trieste, 19-21 novembre 2013, pp. 299-306 (ISBN 978-88-902101-7-4), <http://www2.ogs.trieste.it/gngts/> (Tema 2, Sessione 2.2).
- Pileggi D., Lunedei E., Heilemikaël S. & Albarello D.; 2009: *Problematiche legate alle misure di vibrazioni ambientali su siti rigidi*. Atti del 28° Convegno Nazionale GNGTS, Trieste, 16-19 novembre 2009, pp. 334-337 (ISBN 88-902101-4-1), <http://www2.ogs.trieste.it/gngts/> (Tema 2, Sessione 2.1).
- Pileggi D., Rossi D., Lunedei E. & Albarello D.; 2011: *Seismic characterization of rigid sites in the ITACA database by ambient vibration monitoring and geological surveys*. Bulletin of Earthquake Engineering, **9**, 1839–1854, doi:10.1007/s10518-011-9292-0.
- Tokimatsu K., Tamura S. & Kojima H.; 1992: *Effect of multiple modes on Rayleigh wave dispersion characteristics*. J. Geotech. Eng., **118**(10), 1529–1543.
- Tokimatsu K.; 1997: *Geotechnical site characterization using surface waves*. In “*Earthquake geotechnical engineering: proceedings of IS-Tokyo '95, the First International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Tokyo, 14–16 November, 1995*”, curatore Ishihara K., pubblicato da A A Balkema Publishers (Rotterdam), 3, 1333–1368.